



Física Experimental II

Roberto Bechara Muniz

bechara@if.uff.br

Sala 415 - torre nova do prédio do IF/UFF - tel. 2629-5814

Informações gerais

Coordenador do Curso: Prof. Dalber Candela
dalber@if.uff.br

Sala A1-04 (andar 1P), tel: 2629-5775

Página do curso: <http://cursos.if.uff.br/fisicaexp2-0116/>

Nossa página: http://cursos.if.uff.br/fisicall_Bechara_0116/

Avaliação: $M_F = (MR + P_1 + P_1)/3$; MR = média dos relatórios

Horários:

FÍSICA EXP II (GFI00162/GFI00138)					
HORÁRIO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
9/11					AB(14)+ AB(10) Fabio AC(24) Gildo
11/13	BA(24) Bechara BB(24) Dalber		BC(24) Djalma		BE(18) +BE(6) Daniel R. BF(24) Gildo
14/16	CC(24) Bechara CD(16)+ CD(6) Dalber				CF(24) Fabio
16/18	DD(24) Bechara				DG (24) Fabio DH(24) Gildo
18/20	ED(24) Dalber EI(18) + EI(6) Navia		EG(24) Djalma	EF(24) Daniel R. EH(24) Fabio	
18 TURMAS					

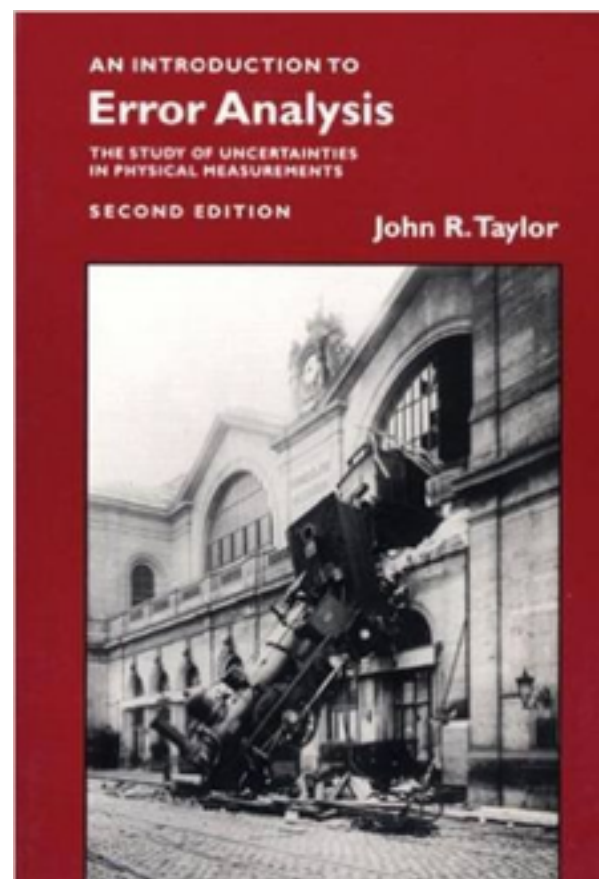
PROGRAMAÇÃO DE FÍSICA EXPERIMENTAL II – PRIMEIRO SEMESTRE – 2016					
Data/Hora	9:00-11:00 hs	11:00-13:00 hs	14:00-16:00 hs	16:00-18:00 hs	18:00-20:00 hs
SEG 25/04		Lab. 1	Lab. 1	Lab. 1	Lab. 1
TER 26/04					
QUA 27/04		Lab. 1			Lab. 1
QUI 28/04					Lab. 1
SEX 29/04	Lab. 1	Lab. 1	Lab. 1	Lab. 1	
SEG 02/05		Lab. 2	Lab. 2	Lab. 2	Lab. 2
TER 03/05					
QUA 04/05	Lab. 2				Lab. 2
QUI 05/05					Lab. 2
SEX 06/05	Lab. 2	Lab. 2	Lab. 2	Lab. 2	
SEG 09/05		Lab. 3	Lab. 3	Lab. 3	Lab. 3
TER 10/05					
QUA 11/05	Lab. 3				Lab. 3
QUI 12/05					Lab. 3
SEX 13/05	Lab. 3	Lab. 3	Lab. 3	Lab. 3	
SEG 16/05		Lab. 4	Lab. 4	Lab. 4	Lab. 4
TER 17/05					
QUA 18/05	Lab. 4				Lab. 4
QUI 19/05					Lab. 4
SEX 20/05	Lab. 4	Lab. 4	Lab. 4	Lab. 4	
SEG 23/05		Lab. 5	Lab. 5	Lab. 5	Lab. 5
TER 24/05					
QUA 25/05	Lab. 5				Lab. 5
QUI 26/05	Corpus Christi / Recesso				
SEX 27/05					
SEG 30/05		Revisão	Revisão	Revisão	Revisão
TER 31/05					
QUA 01/06	Revisão				Revisão
QUI 02/06					Lab. 5
SEX 03/06	Lab. 5	Lab. 5	Lab. 5	Lab. 5	
SEG 06/06		P1	P1	P1	P1
TER 07/06					
QUA 08/06	P1				P1
QUI 09/06					P1
SEX 10/06	P1	P1	P1	P1	
SEG 13/06		Lab. 6	Lab. 6	Lab. 6	Lab. 6
TER 14/06					
QUA 15/06	Lab. 6				Lab. 6
QUI 16/06					Lab. 6
SEX 17/06	Lab. 6	Lab. 6	Lab. 6	Lab. 6	
SEG 20/06		Lab. 7	Lab. 7	Lab. 7	Lab. 7
TER 21/06					
QUA 22/06	Lab. 7				Lab. 7
QUI 23/06					Lab. 7
SEX 24/06	Lab. 7	Lab. 7	Lab. 7	Lab. 7	
SEG 27/06		Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8
TER 28/06					
QUA 29/06	Lab. 8				Lab. 8
QUI 30/06					Lab. 8
SEX 01/07	Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8	
SEG 04/07		Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8
TER 05/07					
QUA 06/07	Lab. 8				Lab. 8
QUI 07/07					Lab. 8
SEX 08/07	Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8	Lab. 8	

SEG 11/07		Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10
TER 12/07					
QUA 13/07	Lab. 10				Lab. 10
QUI 14/07					Lab. 10
SEX 15/07	Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10	
SEG 18/07		Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10
TER 19/07					
QUA 20/07	Lab. 10				Lab. 10
QUI 21/07					Lab. 10
SEX 22/07	Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10	Lab. 10	
SEG 25/07		P2	P2	P2	P2
TER 26/07					
QUA 27/07	P2				P2
QUI 28/07					P2
SEX 29/07	P2	P2	P2	P2	
SEG 01/08	Resultados finais				
TER 02/08					
QUA 03/08					
QUI 04/08					
SEX 05/08					

LABORATÓRIO 1: BREVE RESUMO SOBRE O TRATAMENTO DE INCERTEZAS
LABORATÓRIO 2: CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS E MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS
LABORATÓRIO 3: INSTRUMENTOS DE MEDIDAS ELÉTRICAS
LABORATÓRIO 4: GERADOR DE CORRENTE CONTÍNUA
LABORATÓRIO 5: LINHAS EQUIPOTENCIAIS DO CAMPO ELÉTRICO EM UMA CUBA
LABORATÓRIO 6: MEDIDAS UTILIZANDO O GERADOR DE FUNCOES E O OSCILOSCÓPIO
LABORATÓRIO 7: CIRCUITO RC: CARGA E DESCARGA
LABORATÓRIO 8: CAMPO MAGNETICO PRODUZIDO POR CORRENTE ELÉTRICA
LABORATÓRIO 10: CIRCUITO RLC: FREQUENCIA DE RESSONANCIA

Medidas e incertezas

Livro texto: *An introduction to error analysis - the study of uncertainties in physical measurements - second edition*
by Prof. John R. Taylor - University of Colorado



* Sugestão: Ler, pelo menos, os três primeiros capítulos.

Qualquer medida tem alguma incerteza e é importante avaliá-la para que se possa ter uma ideia da precisão da observação realizada.

A palavra *erro*, aqui, não tem um caráter pejorativo, significa apenas imprecisão, que é inerente a qualquer processo de medida.

A medida usualmente é expressa na forma:

$$M \pm \delta m$$

M representa o valor medido

δm é a incerteza na medida

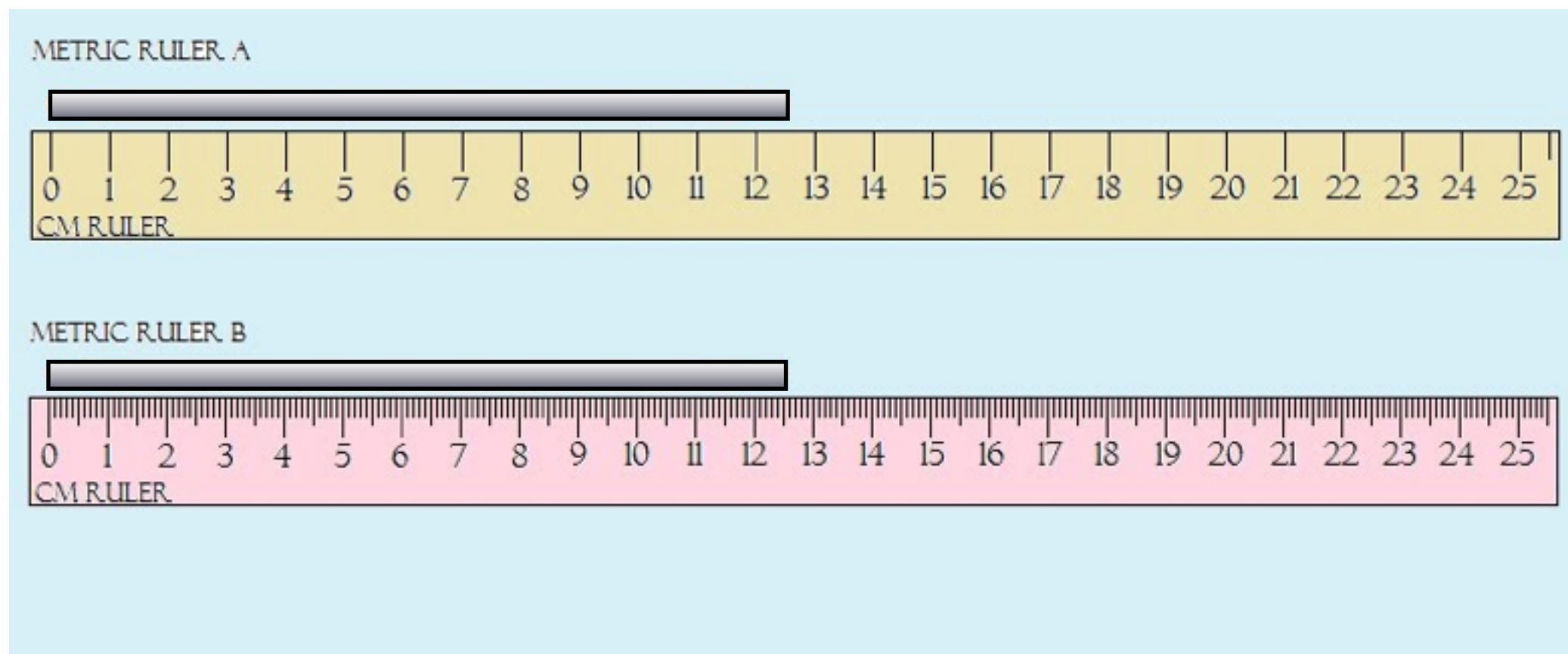
Incerteza relativa: $p = \frac{\delta m}{|M|}$ indica a precisão da medida.

Quanto menor for o valor de p , mais precisa é a medida.

Em geral, espera-se que $\delta m \ll |M|$, ou seja, $p \ll 1$.

δm depende do aparelho utilizado para realizar a medida

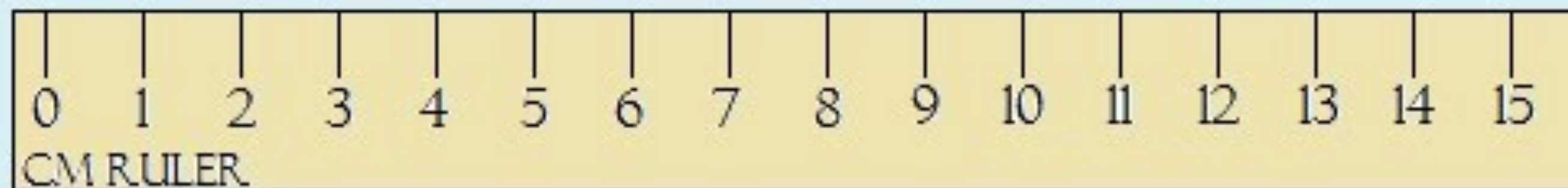
Exemplo:



Atividade I - estime o comprimento do lápis utilizando as duas réguas.

Entretanto, com uma lente de aumento ...

METRIC RULER A



METRIC RULER B



Atividade II - repita o mesmo procedimento utilizando as imagens ampliadas.

Em qual dos casos você consegue fazer uma estimativa mais precisa?

Qual das duas réguas permite medir o comprimento do lápis com maior precisão?

Exemplo 2:

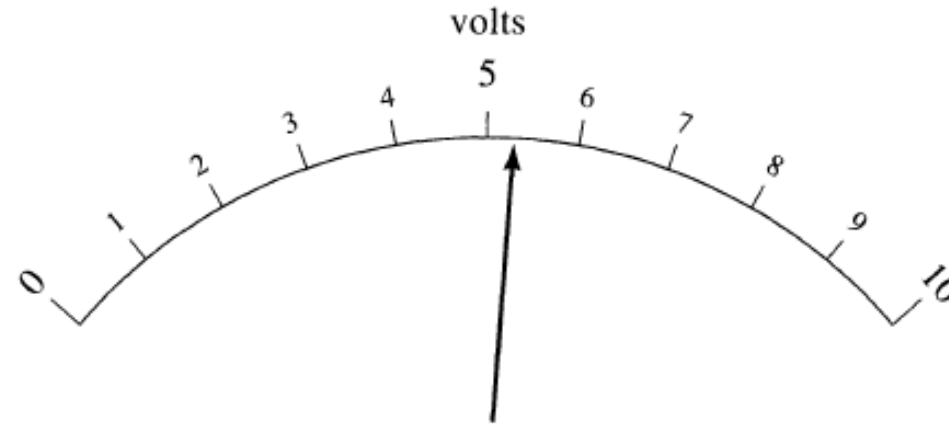


Figure 1.3. A reading on a voltmeter.

Podemos estimar que o ponteiro do voltímetro está marcando:

$$V > 5 \text{ V}$$

$$V < 5.5 \text{ V}$$

Talvez, $V \sim 5.3 \text{ V}$!

$$\delta V \approx 0.1 \text{ V}$$

Em outras palavras,

$$V = 5.3 \pm 0.1 \text{ V}$$

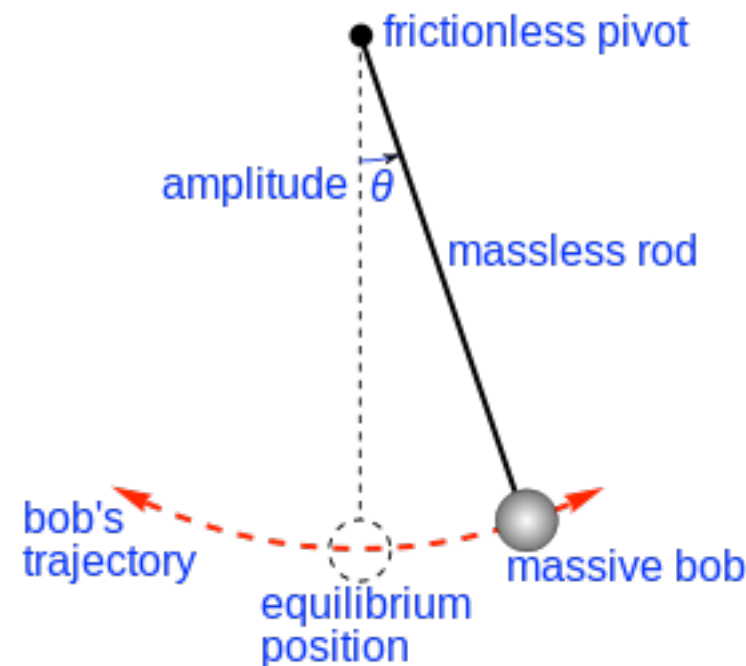
Parece ser uma estimativa razoável: $5.2 \leq V \leq 5.4$

Se nada é dito sobre a incerteza, é comum supor que ela é $\approx \pm \frac{5}{10}$ do dígito menos significativo.

Exemplo: $V = 5.3 \text{ V} \Rightarrow V = 5.3 \pm 0.05 \text{ V}$

Em alguns casos a incerteza não está na leitura do instrumento, mas depende de outros fatores.

Exemplo: medida do período de oscilação de um pêndulo simples



Utilizando um cronômetro digital, a imprecisão decorre primordialmente da variação do tempo de resposta do observador em acionar e parar o cronômetro.

Essa incerteza pode ser minimizada mediante a realização de uma grande quantidade de medidas.

Exemplo: fixando-se o comprimento e o ângulo inicial, podemos medir os tempos t_i decorridos para execução de 10 oscilações.

O período $T_i = \frac{t_i}{10}$

Repetindo o procedimento obtemos a sequência:

$$T_1 = 2.3 \text{ s}$$

$$T_2 = 2.4 \text{ s}$$

$$T_3 = 2.5 \text{ s}$$

$$T_4 = 2.4 \text{ s}$$

$$T_5 = 2.3 \text{ s}$$

$$T_6 = 2.4 \text{ s}$$

$$T_7 = 2.5 \text{ s}$$

Valor médio:

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i = 2.4 \text{ s}$$

Desvio: $d_i = T_i - \bar{T}$

Desvio médio:

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i = 0 \text{ s}$$

Válido para qq conjunto de medidas

Desvio médio quadrático:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Desvio padrão:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \equiv |\sigma| = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

* Obs.: note que $\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$

σ - especifica a dispersão das suas medidas no entorno do valor médio.

Uma definição mais acurada para o desvio padrão é

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Note que para $N \gg 1$ isso não faz diferença, mas para N relativamente pequeno pode fazer.

σ - caracteriza a incerteza média das suas medidas.

É possível mostrar que a incerteza na medida do valor médio é

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Vide Cap. 5 do livro
do Prof. John Taylor

Histogramas e distribuições

cap. 5 do livro do Prof. John R. Taylor

Suponhamos que o comprimento de uma barra tenha sido medido 10 vezes e os resultados encontrados (em cm) sejam:

26, 24, 26, 28, 23, 24, 25, 24, 26, 25

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{10} (26 + 24 + 26 + 28 + 23 + 24 + 25 + 24 + 26 + 25) = 25$$

Ordenamos essas medidas em ordem crescente

23, 24, 24, 24, 25, 25, 26, 26, 26, 28

Podemos organizar essas medidas da seguinte forma:

valores possíveis x_k	23	24	25	26	27	28
ocorrência n_k	1	3	2	3	0	1

valores possíveis x_k	23	24	25	26	27	28
ocorrência n_k	1	3	2	3	0	1

Note que: $\sum_k n_k = N$

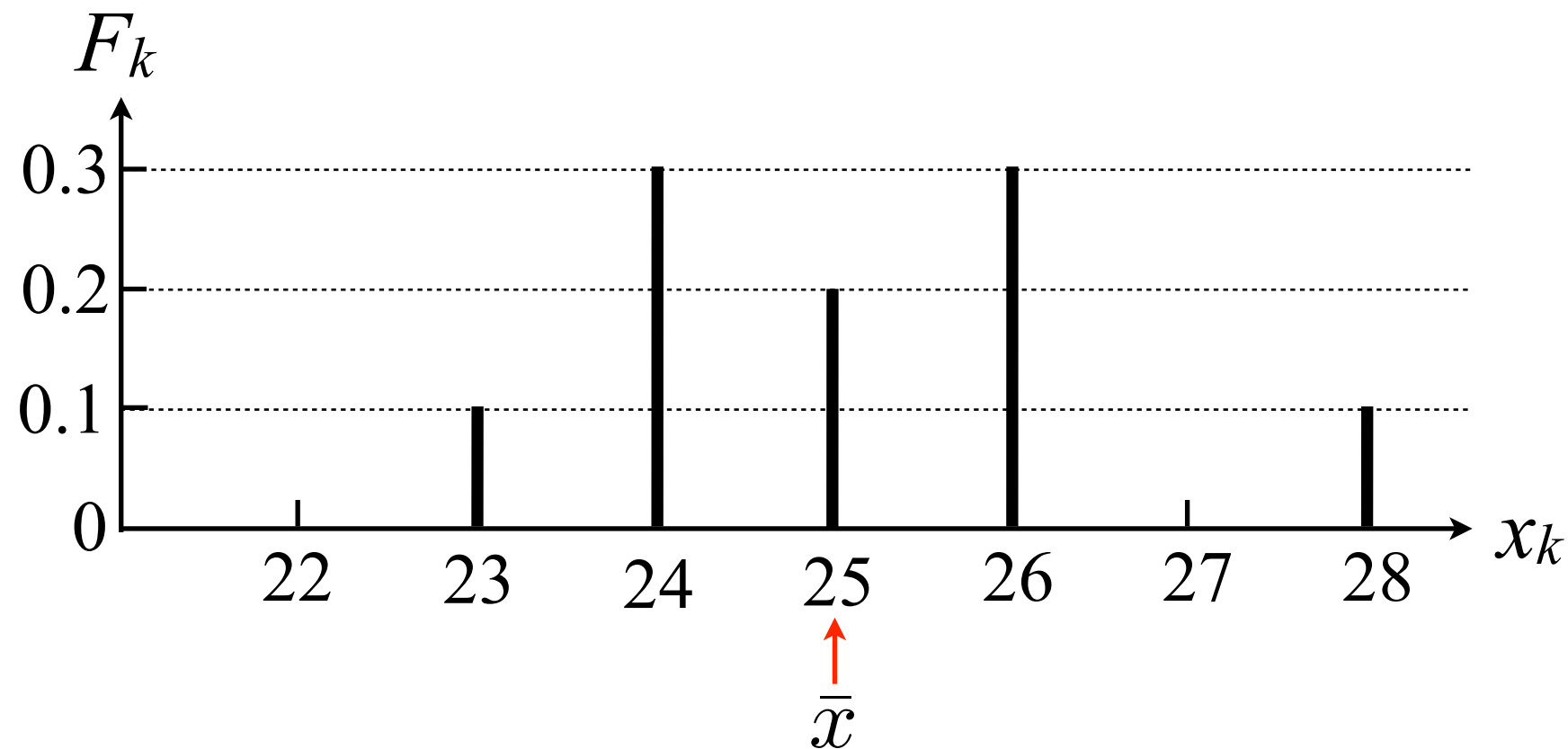
Podemos recalcular o valor médio da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_k x_k n_k = \frac{1}{10} (23 \times 1 + 24 \times 3 + 25 \times 2 + 26 \times 3 + 27 \times 0 + 28 \times 1) = 25$$

Definindo : $f_k = \frac{n_k}{N} \Rightarrow \bar{x} = \sum_k x_k f_k$

f_k caracteriza a probabilidade de encontrar o valor x_k

A distribuição das medidas pode ser ilustrada por um histograma :

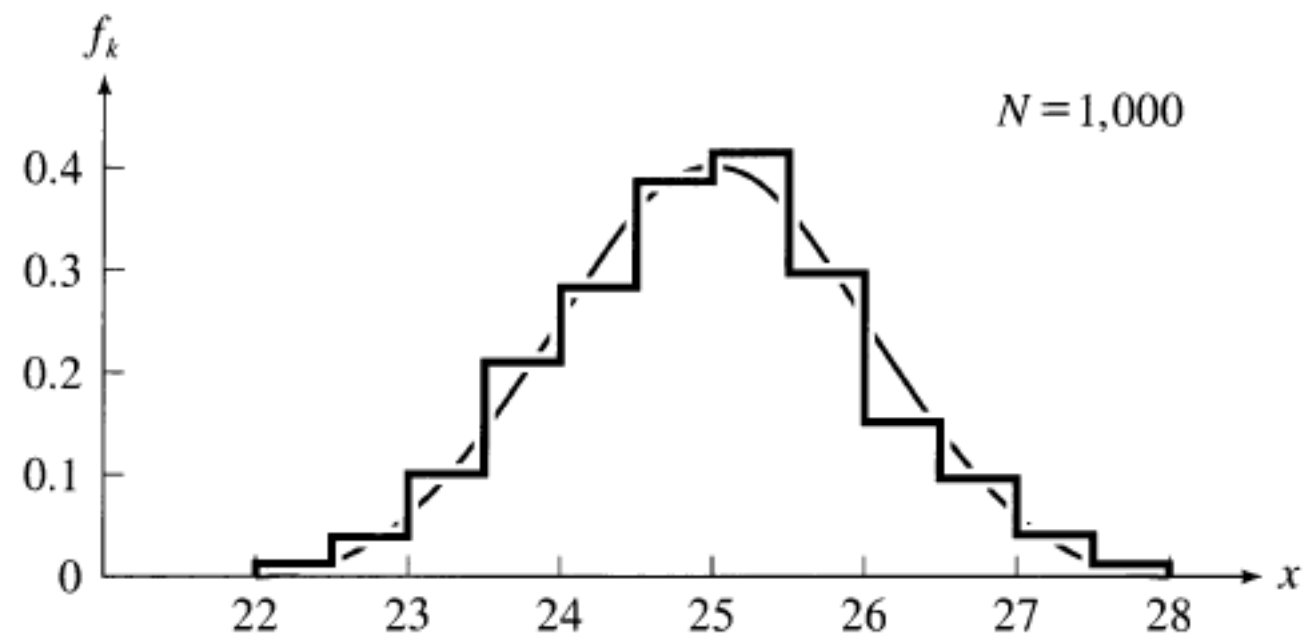
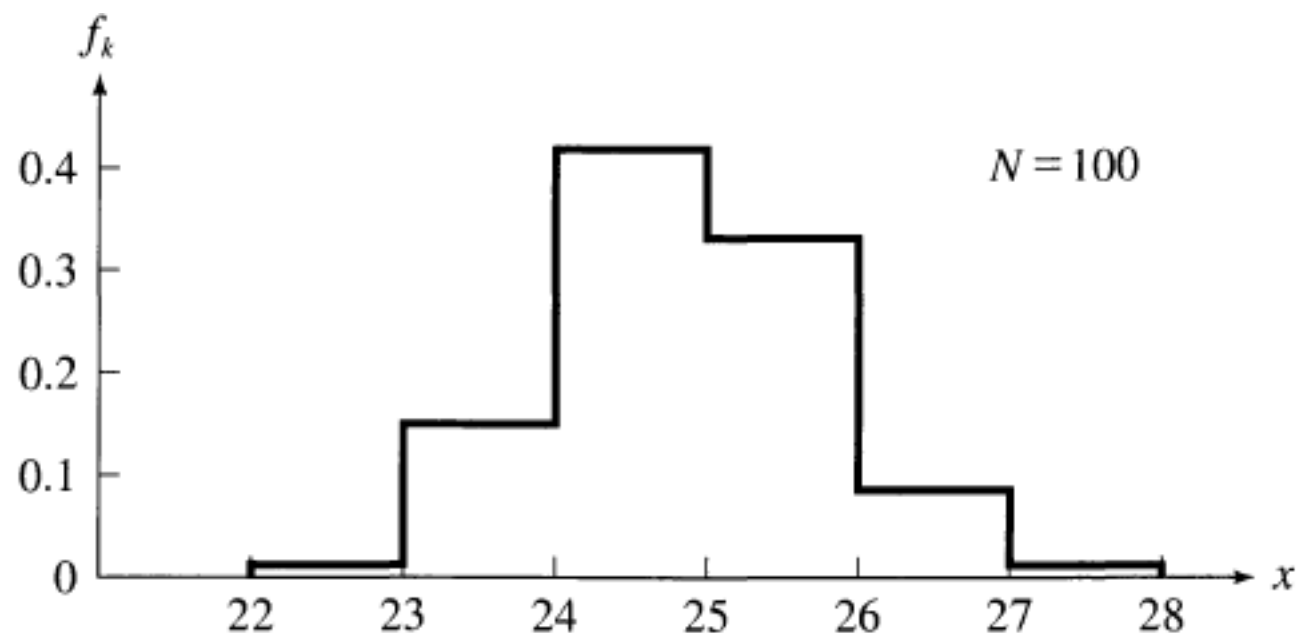


Geralmente, as suas medidas não estão restritas aos números inteiros. Nesse caso, o histograma é montado da seguinte forma:

Discretizamos os intervalos dos valores medidos em sub-intervalos menores, de largura Δ_k :

$$\Delta_k \text{ pode não depender de } k, \text{ Ex.: } \Delta_k = \frac{x_{max} - x_{min}}{100}$$

$f_k \Delta_k$ = fração das medidas com valores compreendidos entre x_k e $x_k + \Delta_k$



Limite contínuo: $N \gg 1$

Discretizamos os intervalos dos valores medidos em sub-intervalos infinitesimais de largura dx :

$f(x) dx$ = probabilidade de encontrar uma medida com valor compreendido entre x e $x+dx$

$$\int f(x) dx = 1$$



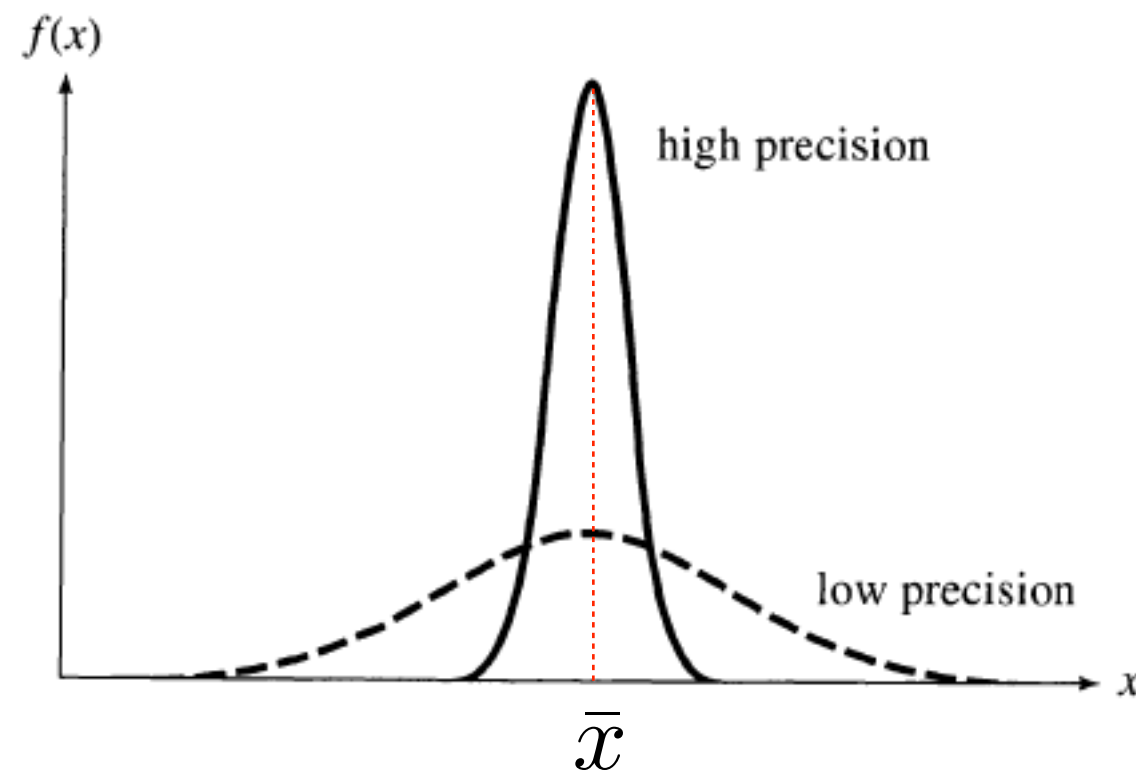
Depois de muitas medidas, a fração delas cujos valores estão compreendidos entre x e $x+dx$ é dada, aproximadamente, pela área do micro retângulo marcado na figura (a).

A fração das medidas cujos valores estão entre $x=a$ e $x=b$ é dada pela área sob a curva $f(x)$ delimitada entre a e b .

Valor médio:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Desvio médio quadrático: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx$

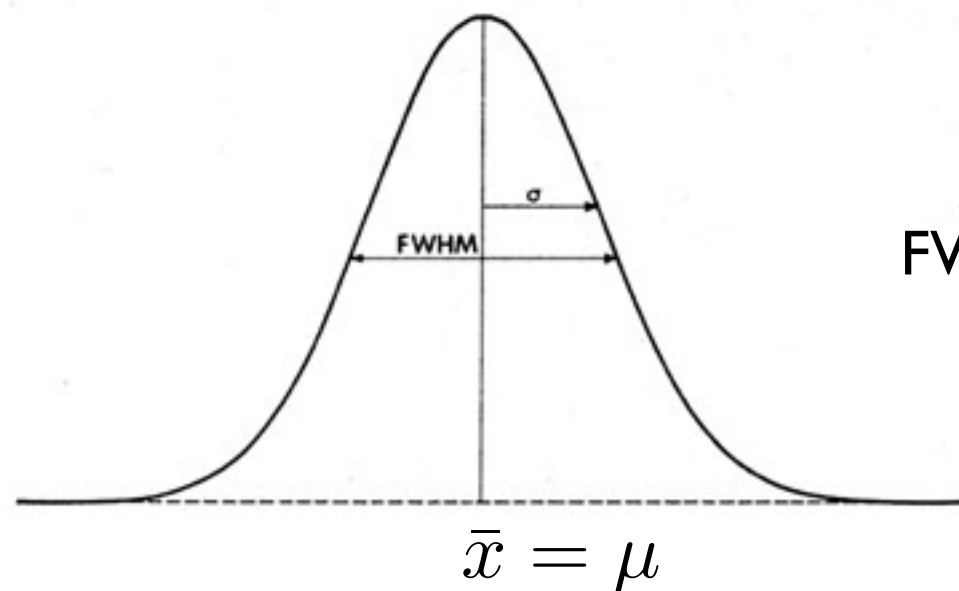


Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ é uma medida da largura de linha da distribuição.

Diferentes tipos de medições têm diferentes distribuições limites.

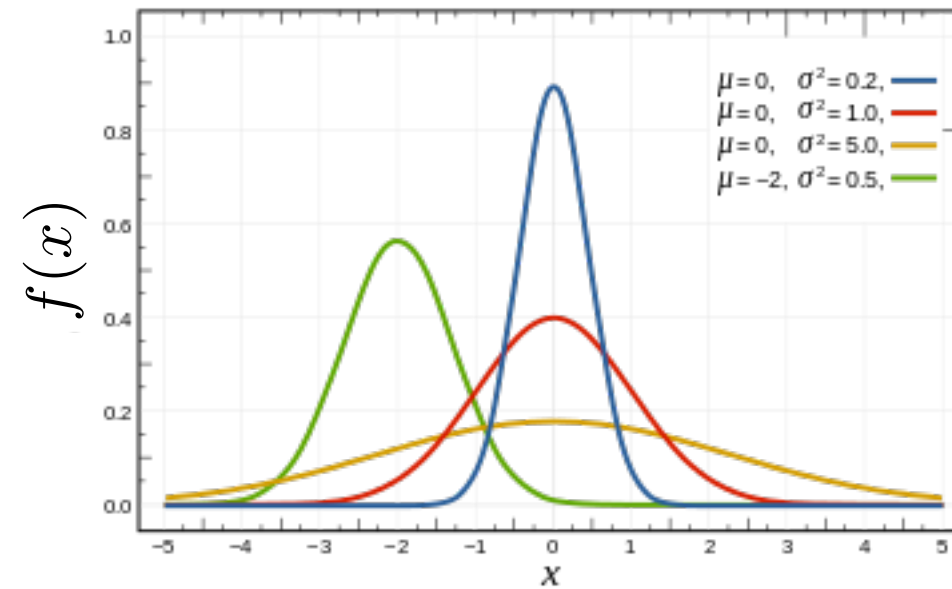
Quando as medições estão sujeitas a pequenas fontes de erro aleatório, uma possibilidade bastante comum é a distribuição Gaussiana

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



FWHM - largura a meia altura $\approx 2.35\sigma$

Variando μ e σ



Probabilidade de encontrar as medidas no intervalo $\bar{x} \pm n\sigma$



Propagação de erros

Vamos supor que voce deseja calcular o valor e a incerteza de uma grandeza M que depende de outras $(a, b, c, \dots)$, que foram medidas, com suas respectivas incertezas $(\delta a, \delta b, \delta c, \dots)$

$$M = f(a, b, c, \dots)$$

$$\delta m = f(a + \delta a, b + \delta b, c + \delta c, \dots) - f(a, b, c, \dots)$$

Em geral: $\delta a \ll |a|$; $\delta b \ll |b|$; $\delta c \ll |c|$;

Em primeira ordem nas incertezas,

$$\delta m \approx \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right) \delta a + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right) \delta b + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right) \delta c + \dots$$

Como o módulo da soma é sempre $\leq$ que a soma dos módulos.

$$\delta m \leq \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \delta b + \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right| \delta c + \dots$$

$$\delta m \leq \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \delta b + \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right| \delta c + \dots$$

A incerteza calculada com base nessa expressão é superestimada

Quando as medidas são independentes e as incertezas aleatórias, uma expressão mais acurada pode ser deduzida

Vide Cap. 5 e 9 do livro
do Prof. John Taylor

$$\delta m = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \delta a \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \delta b \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \delta c \right)^2 + \dots}$$

***Obs.: ela é válida apenas nessas condições**

Exemplos: as resistências de dois resistores são dadas por

$$R_1 = 550 \pm 28 \, \Omega ; R_2 = 820 \pm 41 \, \Omega$$

Estime o valor da resistência equivalente desses resistores quando eles são colocados em série.

$$R_e = R_1 + R_2 = (550 \pm 28) + (820 \pm 41) \, \Omega$$

É razoável estimar $R_e = 1370 \pm 69 \, \Omega$

$$522 \geq R_1 \geq 578 ; 779 \geq R_2 \geq 861 \Rightarrow 1301 \geq R_e \geq 1439 \, \Omega$$

$$\delta R_e = \delta R_1 + \delta R_2$$

*Obs.: Compatível com $\delta R_e = \left| \frac{\partial R_e}{\partial R_1} \right| \delta R_1 + \left| \frac{\partial R_e}{\partial R_2} \right| \delta R_2$

Exemplos: as medidas de um terreno retangular são

$$L_1 = 12.0 \pm 0.2 \text{ m} ; L_2 = 50.0 \pm 0.3 \text{ m}$$

Estime o valor da área do terreno a imprecisão correspondente.

$$A = L_1 \times L_2 = (\ell_1 \pm \delta\ell_1) \times (\ell_2 \pm \delta\ell_2) = \ell_1 \ell_2 (1 \pm \frac{\delta\ell_1}{\ell_1}) (1 \pm \frac{\delta\ell_2}{\ell_2})$$

$$A \approx \ell_1 \ell_2 (1 \pm \frac{\delta\ell_1}{\ell_1} \pm \frac{\delta\ell_2}{\ell_2}) = \ell_1 \ell_2 \pm (\ell_2 \delta\ell_1 + \ell_1 \delta\ell_2)$$

$$\delta A \approx (\ell_2 \delta\ell_1 + \ell_1 \delta\ell_2)$$

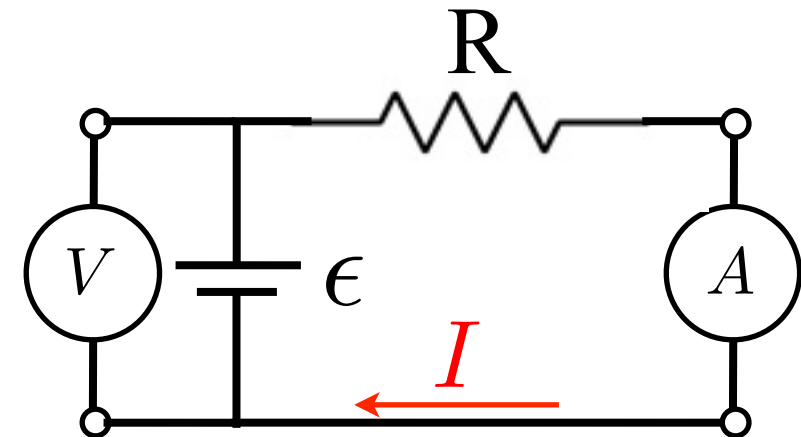
$$A = 600 \pm 14 \text{ m}^2$$

***Obs.: Compatível com** $\delta A = \left| \frac{\partial A}{\partial \ell_1} \right| \delta\ell_1 + \left| \frac{\partial A}{\partial \ell_2} \right| \delta\ell_2$

Atividade experimental

Atividade I:

- Monte o circuito ilustrado na figura utilizando a fonte de tensão



Utilize o resistor de $R = 100\ \Omega$.

Utilize um multímetro como voltímetro na escala de 20 V DC.

Voltagem DC



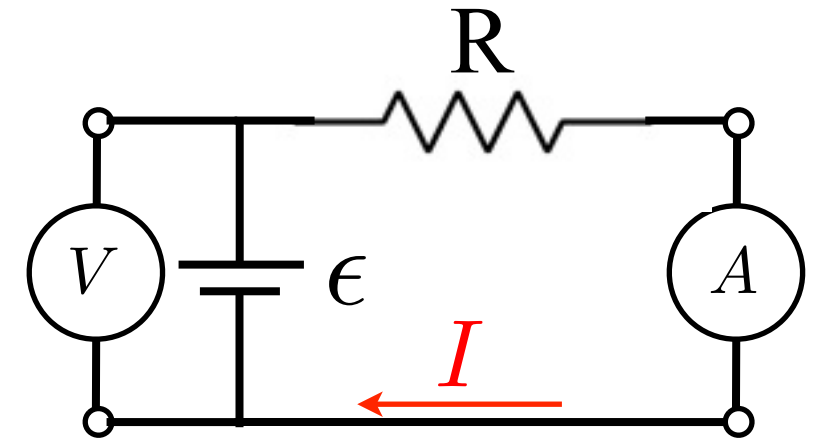
Utilize o outro multímetro como amperímetro na escala de 200 mA.

Amperímetro DC



Atividade I:

- Varie a tensão na fonte e escolhendo cinco valores de voltagem V e da corrente elétrica I correspondente no circuito.



- Calcule as imprecisões das medidas de V e de I de acordo com o especificado pelo fabricante do multímetro:

Tensão DC escala de 20 V :

precisão: $\pm(0.8\% + 5D)$; resolução: $10\text{mV} = 10^{-2} \text{ V}$

Corrente DC na escala de 200mA:

precisão: $\pm(1.2\% + 5D)$; resolução: $100\mu\text{A} = 10^{-1} \text{ mA}$

Tensão DC escala de 20 V :

A precisão = $\pm(0.8\% + 5D)$ e a resolução = 10 mV

10mV = 10^{-2} V = 0.01 V. Isto significa que, nessa escala, temos duas casas decimais depois da vírgula.

Suponha que a medida tenha sido $V_1 = 10.64$ V

$$\delta V_1 = 0.8\%(10.64) + 5D = 0.08512 + 5D$$

+5D significa adicionar 5 dígitos na última casa da leitura (+0.05)

Portanto, $\delta V_1 = 0.08512 + 0.05 = 0.13512 \approx 0.14$ V

$$V_1 = 10.64 \pm 0.14 \text{ V}$$

Corrente DC escala de 200 mA :

A precisão = $\pm(1.2\% + 5D)$ e a resolução = 10^{-1} mA

10^{-1} mA = 0.1mA significa que, nessa escala, temos uma casa decimal depois da vírgula.

Suponha que a medida tenha sido $I_1 = 106.4$ mA

$$\delta I_1 = 1.2\%(106.4) + 5D = 1.2768 + 5D$$

+5D significa adicionar 5 dígitos na última casa da leitura (+0.5)

Portanto, $\delta I_1 = 1.2768 + 0.5 = 1.7768 \approx 1.8$ mA

$$I_1 = 106.4 \pm 1.8 \text{ mA}$$

Atividade 2:

- Faça um gráfico $V \times I$ e, a partir dele, determine o valor da resistência elétrica do resistor utilizado.
- Meça a resistência do resistor com o multímetro.
- Compare os valores obtidos e diga se eles são compatíveis com as imprecisões estimadas.